

CONTROLE D'ÉLECTRICITÉ

Durée 1h 30

7

EXERCICE 1

On considère une distribution de charges, de densité volumique ρ , comprise entre deux cylindres de rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$). Les deux cylindres sont coaxiaux et de hauteurs infinies.

Calculer, en tout point M de l'espace, le vecteur champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par cette distribution supposée uniforme.



7

EXERCICE 2

Calculer la charge et la tension aux bornes de chacun des condensateurs des circuits suivants :

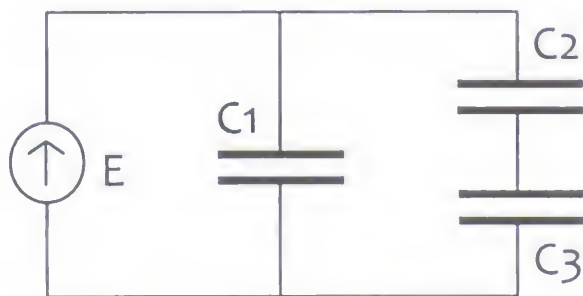


Figure (a)

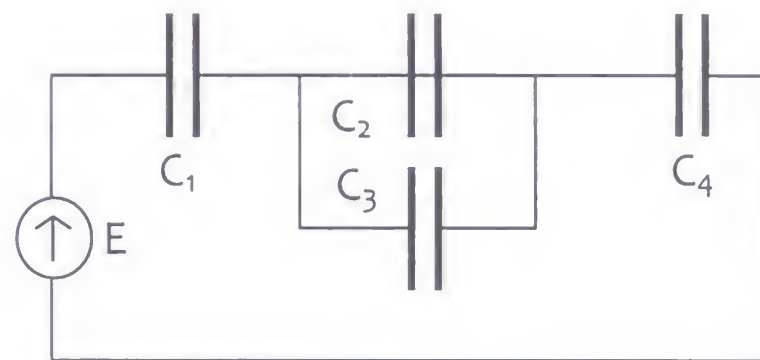
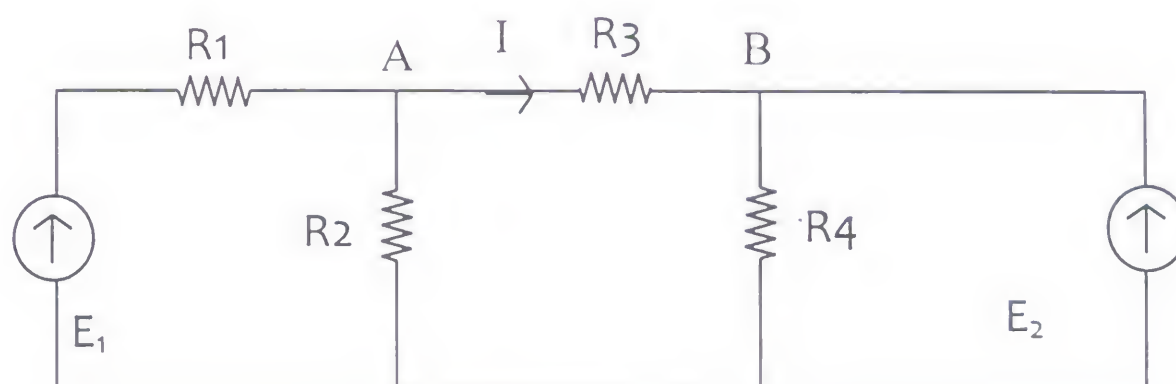


Figure (b)

6

EXERCICE 3

Appliquer le théorème de Thévenin pour calculer le courant I circulant dans la résistance R du circuit ci-dessous.

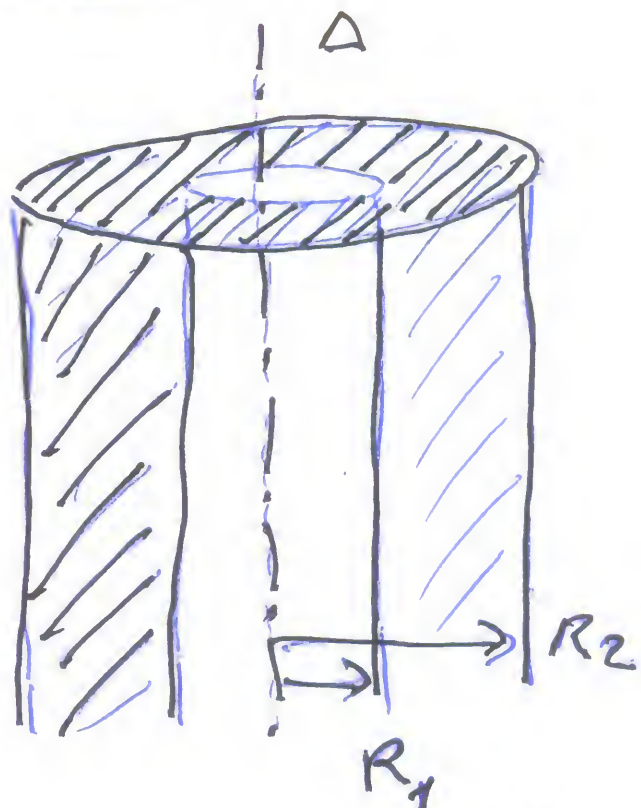


Corrigé cc d'électrostaté 2014/2015

Exercice 1)

Calcul en tout point M de l'espace le Champ Electrostatique $\vec{E}(M)$.

On applique le théorème de Gauss.



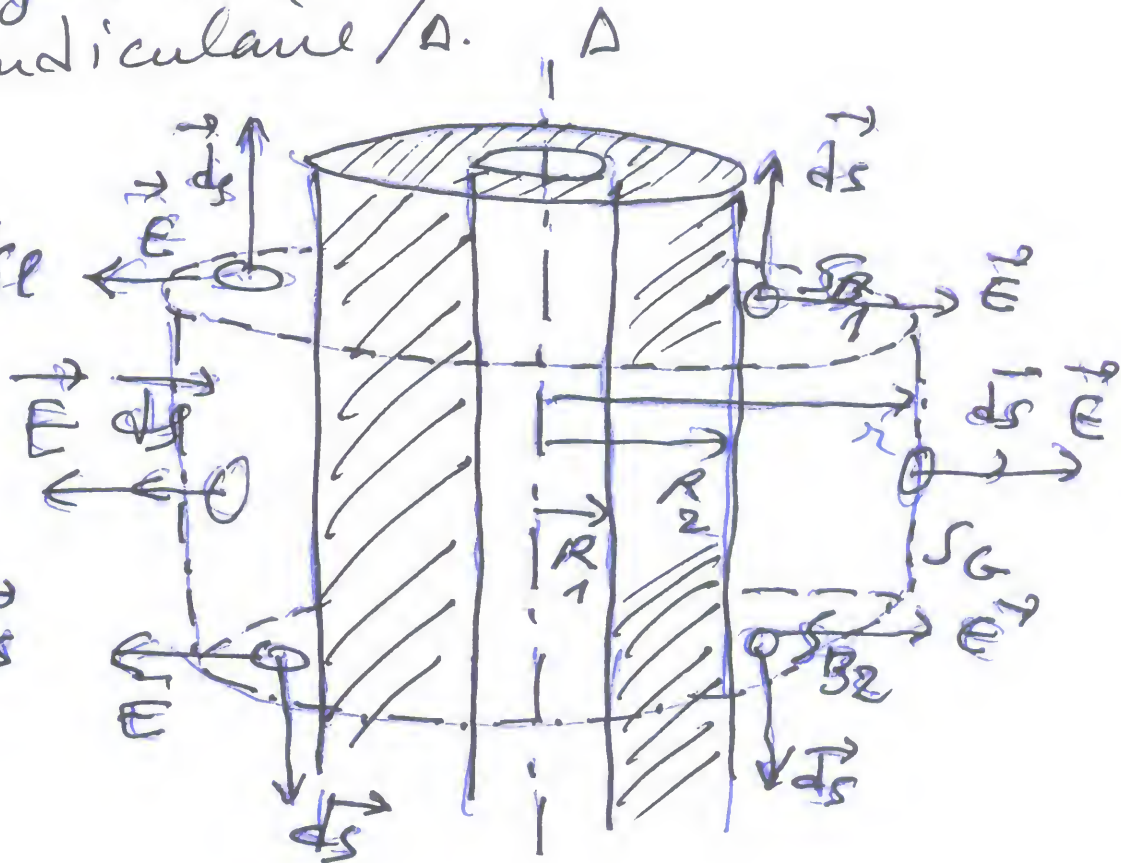
0.5 $\Phi_{\vec{E}/S_G} = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

Choix de la surface de Gauss est un cylindre de hauteur h et de rayon r.

Le vecteur $\vec{E}(r) \perp \Delta$ perpendiculaire / Δ .

0.5 $\Phi_{\vec{E}/S_G} = \Phi_{\vec{E}/S_{B1}} + \Phi_{\vec{E}/S_{B2}} + \Phi_{\vec{E}/S_L}$

$\Phi_{\vec{E}/S_G} = \Phi_{\vec{E}/S_L} = \int_{S_L} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{S_L} E \cdot ds$
 $\vec{E} \text{ collinéaire } d\vec{s}$



$\Phi_{\vec{E}/S_L} = E \int_{S_L} ds = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$
 E constante sur S_G

0.5 $E S_L = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

1) Si $r > R_2$
 $E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

avec $q_{int} = \rho \pi (R_2^2 - R_1^2) \cdot h$ 1

$E = \frac{\rho (R_2^2 - R_1^2)}{2\epsilon_0 r}$ 1

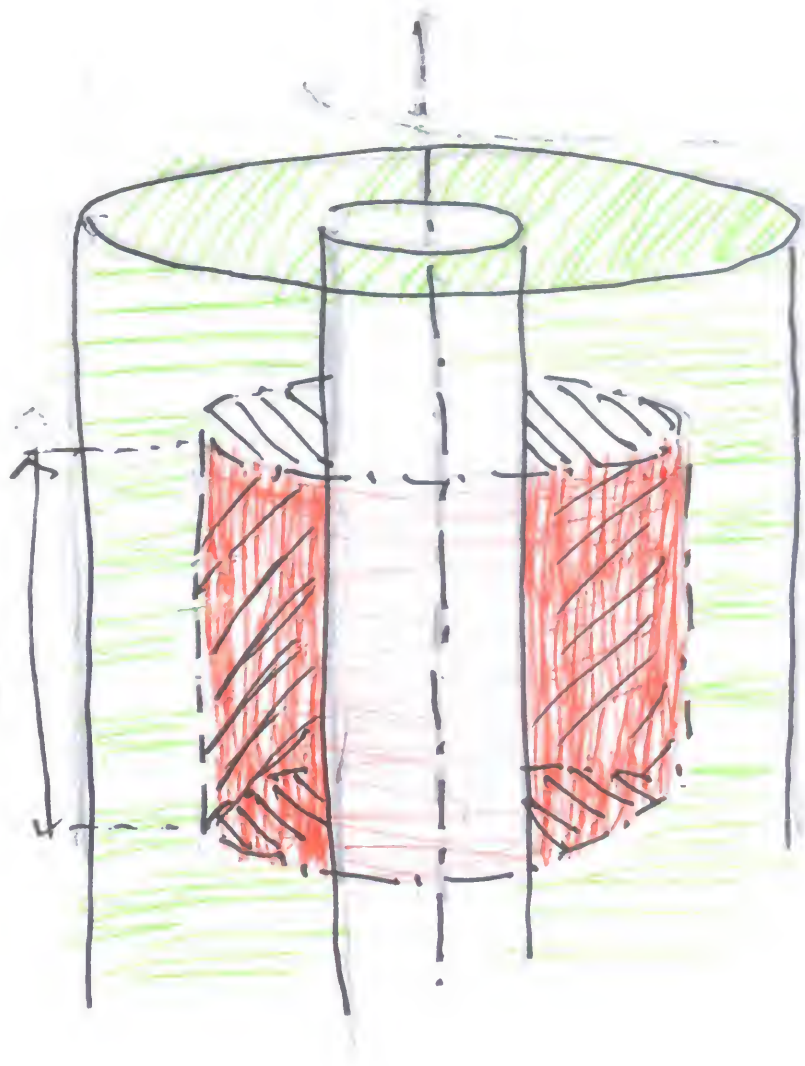
2) Si $R_2 > r > R_1$

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} =$$

avec $q_{int} = h\pi(r^2 - R_1^2)\rho$ (1)

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\rho h\pi(r^2 - R_1^2)}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho(r^2 - R_1^2)}{2\epsilon_0 r}$$
 (1)



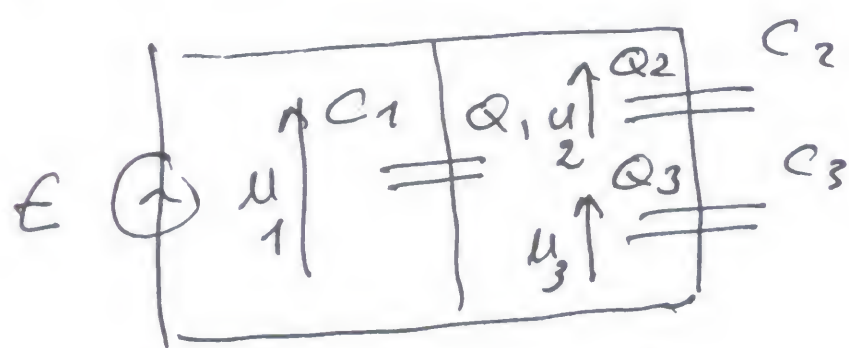
3) Dernier cas si $R_1 > r$ (0.5)

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow E = 0$$
 (1)

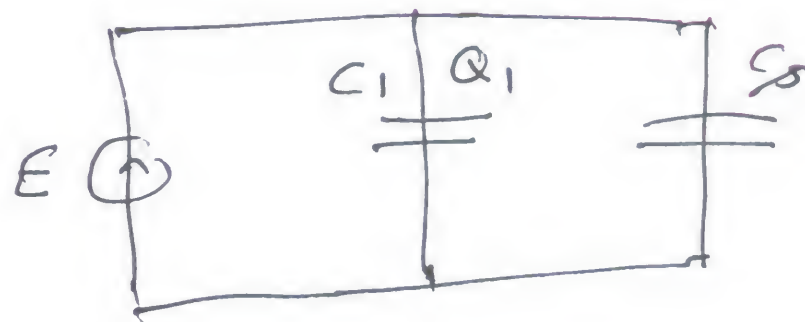
exercice 2

calcul de la charge et la tension aux bornes de chaque condensateur des circuits en dessous.

A) circuit a).



→



$$C_5 = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

capacité équivalente de C_2 et C_3 en série.

1) Tension U_1 de C_1 : $U_1 = E$ (0.5)

2) Charge Q_1 de C_1 : $Q_1 = U_1 C_1 = E C_1$ (0.5)

charge Q_2 de C_2 ou Q_3 de C_3

C_2 en série avec C_3 alors $Q_2 = Q_3$.

$$3) \quad Q_2 = Q_3 = E \cdot C_s = \frac{E C_2 C_3}{C_2 + C_3} \quad (1)$$

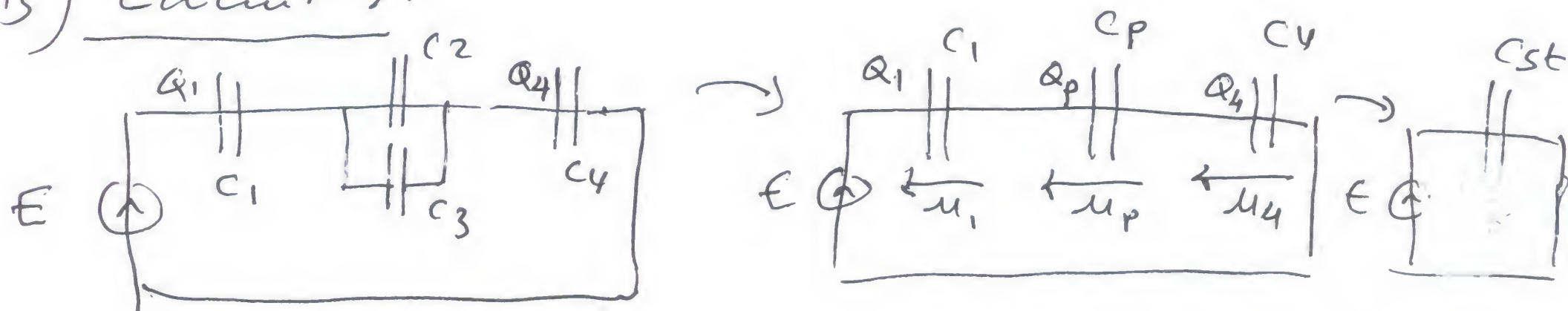
1) Tension U_2 de C_2 .

$$Q_2 = U_2 C_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{E C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{E \cdot C_3}{C_2 + C_3} \quad (0.5)$$

5) Tension U_3 de C_3

$$Q_3 = U_3 C_3 \Rightarrow U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{1}{C_3} \cdot \frac{E C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{E \cdot C_2}{C_2 + C_3} \quad (0.5)$$

B) Circuit b.



$$C_p = C_2 + C_3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{C_{st}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_p} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} + \frac{1}{C_4}$$

$$\frac{1}{C_{st}} = \frac{C_4(C_2 + C_3) + C_1 C_4 + C_1(C_2 + C_3)}{C_1 C_4 (C_2 + C_3)} = \frac{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}{C_1 C_4 (C_2 + C_3)}$$

$$C_{st} = \frac{C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} \quad (0.5)$$

Charge Q_1 de C_1 ou Q_4 de C_4

Les condensateurs C_1 , C_p et C_4 en série alors $Q_1 = Q_4 = Q_p$.

$$Q_1 = E \cdot C_{st} = \frac{E C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = Q_4 = Q_p$$

Tension U_1 de C_1 .

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{E C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = \frac{E C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} \quad (0.5)$$

Tension U_4 de C_4 .

OT $U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{1}{C_4} \cdot \frac{\epsilon C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = \frac{\epsilon C_1 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$

Tension de U_2 ou U_3 ou U_p de C_2 ou C_3 . avec $(C_p = C_2 + C_3)$

$U_2 = U_3 = U_p = \frac{Q_p}{C_p} = \frac{1}{C_p} \cdot \frac{\epsilon C_1 C_4 (C_2 + C_3)}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4} = \frac{\epsilon C_1 C_4}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$

Charge Q_2 de C_2 .

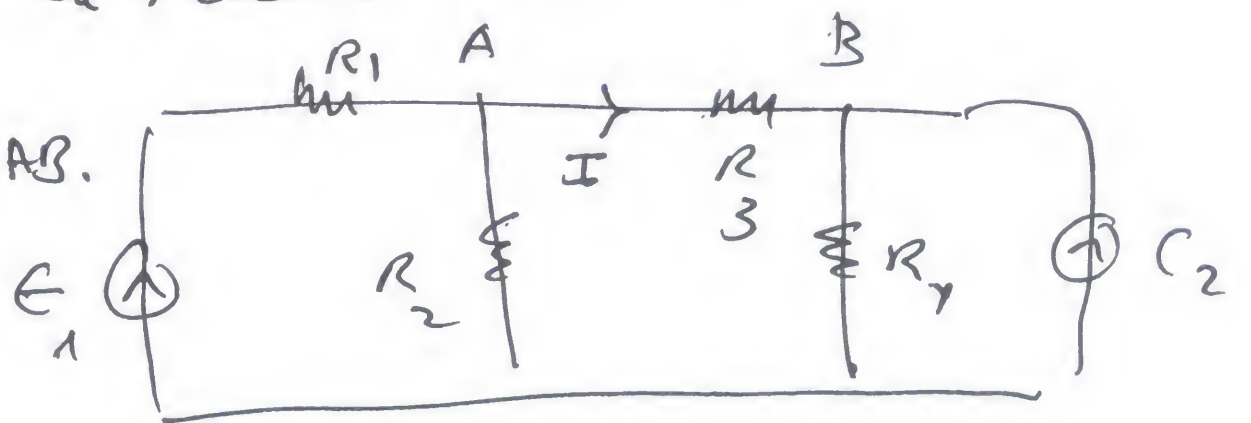
OT $Q_2 = C_2 U_2 = \frac{\epsilon C_2 C_1 C_4}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$

Charge Q_3 de C_3

OT $Q_3 = C_3 U_3 = \frac{\epsilon C_3 C_1 C_4}{(C_1 + C_4)(C_2 + C_3) + C_1 C_4}$

Exercice (3) On applique le théorème de Thevenin pour calculer le courant I de la branche AB .

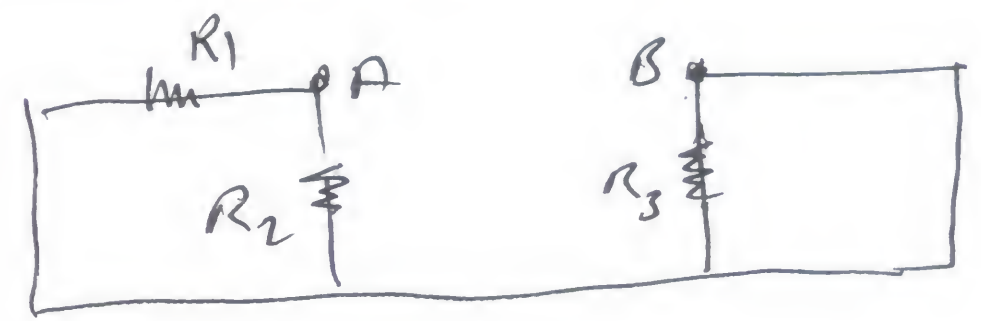
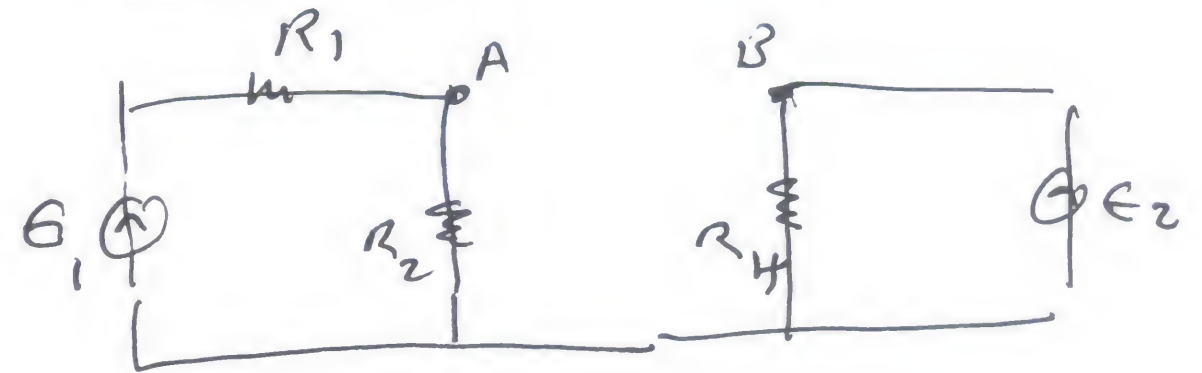
On débouche la branche AB .



1^{er} étape calcul de R_T

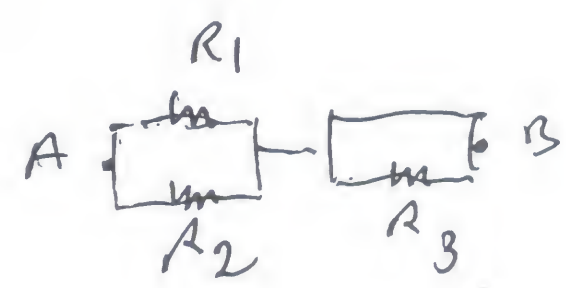
Résistance équivalente de Thevenin.

On comb. ci suite les générateurs de tension



1. $R_T = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

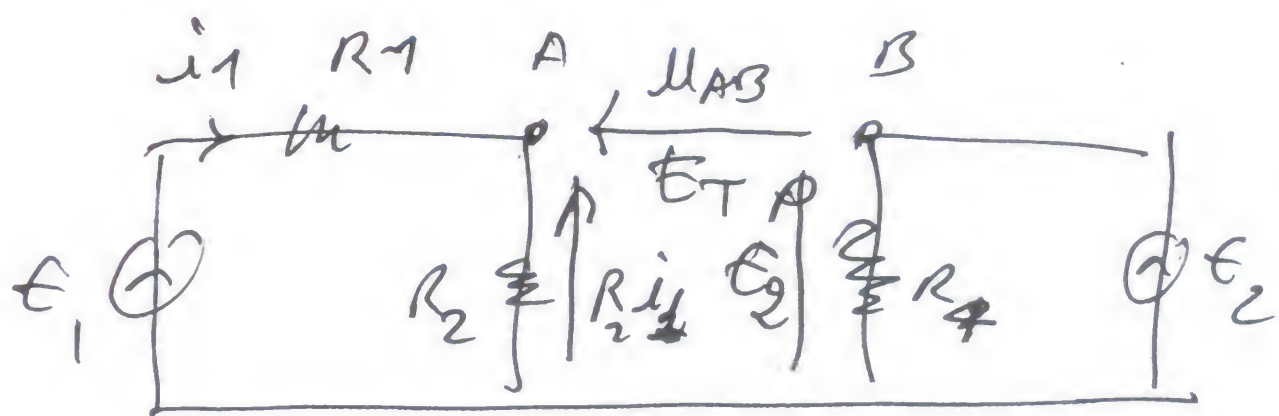
R_3 est en parallèle avec un fil.



2^{ème} Etape Calcul de E_T

force électromotrice du générateur équivalent de Thévenin.

15



$$U_{AB} = E_T = R_2 i_1 - E_2$$

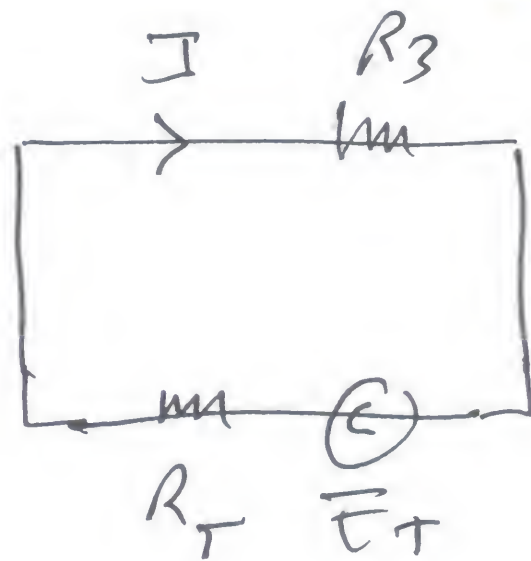
avec $i_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2}$

$$E_T = \frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2} - E_2$$

3^{ème} Etape Calcul de I

On applique la loi de Pouillet.

$$I = \frac{E_T}{R_1 + R_3} = \frac{\frac{R_2 E_1}{R_1 + R_2} - E_2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$



$$I = \frac{R_2 E_1 - E_2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)}$$

Fini du Corrigé.

22 mai 2015